Identyfikacja procesów technologicznych
Piotr Bania
Laboratorium 7

Identyfikacja silnika prądu stałego

Zadanie 1. Przybliżony model serwomechanizmu z silnikiem prądu stałego jest opisany równaniami

$$\frac{d\varphi}{dt} = \omega,$$

$$J\frac{d\omega}{dt} = k_m i - f_t(\omega) \text{ - równanie mechaniczne,}$$

$$L\frac{di}{dt} = u - Ri - k_e\omega \text{ - równanie elektryczne,}$$

gdzie t czas w s, φ - kąt obrotu w rad, i - prąd w A, L - indukcyjność uzwojenia silnika w H, R – rezystancja silnika w Ω, J moment bezwładności w kgm^2, k_m - stała mechaniczna silnika w NmA^{-1}, k_e - stała elektryczna silnika w Vs^{-1}. Funkcja f_t opisuje zależność wypadkowego momentu sił tarcia i innych oporów ruchu od prędkości obrotowej. Pominięcie indukcyjności w ostatnim równaniu prowadzi do modelu uproszczonego

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{k_m}{JR}\left(u - k_e\omega - \frac{R}{k_m}f_t(\omega)\right).$$

Wielkością mierzoną jest kąt obrotu wału silnika. Oznaczając $x_1 = \varphi$, $x_2 = \omega$, model serwomechanizmu zapiszemy w postaci

$$\dot{x}_1 = x_2,\ x_1(0) = x_{10}, \tag{1}$$

$$\dot{x}_2 = K(u - H(x_2)),\ x_2(0) = x_{20}, \tag{2}$$

gdzie $H(\omega) = k_e\omega - \frac{R}{k_m}f_t(\omega)$, $K = \frac{k_m}{JR}$. Parametr K oraz funkcja H są nieznane i należy je wyznaczyć na podstawie pomiarów. Dane do identyfikacji można znaleźć pod adresem http://home.agh.edu.pl/~pba/stud/Ident/Lab_07/data_01.mat. Pierwszych 20 pomiarów zawiera odpowiedzi skokowe. Ostatni pomiar zawiera kąt obrotu przy pobudzeniu sygnałem prostokątnym. Korzystając z danych należy wyznaczyć zależność obrotów w stanie ustalonym od sterowania i na tej podstawie określić funkcję *H*. Ze względu na występowanie tarcia, funkcja *H* ma nieciągłość dla $\omega = 0$. Dla potrzeb identyfikacji przyjąć, że

$$H(\omega) = \begin{cases} a^+\omega^2 + b^+\omega + c^+, \omega > 10^{-2} \text{rad/s}, \\ a^-\omega^2 + b^-\omega + c^-, \omega < -10^{-2} \text{rad/s}, \\ 0, \text{poza tym.} \end{cases}$$

Parametry $a^\pm, b^\pm, c^\pm$ wyznaczyć metodą najmniejszych kwadratów. Narysować wykres funkcji *H* oraz dane pomiarowe. Korzystając z wyników ostatniego eksperymentu określić wartość parametru *K* minimalizując wskaźnik jakości

$$Q(K,x_{10},x_{20},)=\frac{1}{2N}\sum_{k=1}^{N}(x_1(kT_0)-y(kT_0))^2\ , \tag{9}$$

gdzie $y(kT_0)$ oznacza pomiar położenia w chwili kT_0 oraz x_1, x_2 są rozwiązaniem układu równań (1), (2). Całkowanie równań (1), (2) należy wykonać stało-krokową metodą Rungego-Kutty czwartego rzędu (skrót RK4). Kod metody RK4 oraz sposób obliczania funkcji (9) podano poniżej.

Prawa strona równań stanu

```
function dx=rhs(t,x,u,K)
% Prawa strona równań stanu
if x(2)<-1e-3
    % funkcja H dla ujemnych prędkości
    H= ;
elseif x(2)>1e-3
    % funkcja H dla dodatnich prędkości
    H= ;
else
    %zero wstawiamy ze względów numerycznych
    H=0;
end
dx=[0;0];dx(1)=x(2);dx(2)=K*(u-H);
```

Metoda RK4

```
function [t,x]=rk4(x0,u,tf,K)
nt=length(u);n=length(x0);h=tf/nt;x=zeros(nt,n);
tmp=zeros(n,1);xtmp=x0;x(1,:)=x0';t=0;
dx1=zeros(n,1);dx2=dx1;dx3=dx1;dx4=dx1;
h_2=h/2; h_6=h/6; h_26=2*h_6;
for i=1:nt
  dx1=rhs(t,xtmp,u(i),K);
  tmp=xtmp+h_2*dx1;t=t+h_2;
  dx2=rhs(t,tmp,u(i),K);
  tmp=xtmp+h_2*dx2;
  dx3=rhs(t,tmp,u(i),K);
  tmp=xtmp+h*dx3;t=t+h_2;
  dx4=rhs(t,tmp,u(i),K);
  xtmp=xtmp+h_6*(dx1+dx4)+h_26*(dx2+dx3);
  x(i,:)=xtmp';
end
t=linspace(0,tf,nt)';
```

Funkcja celu

```
function e=cel(p,u,tm,ym)
% ym-pomiary, tm-chwile próbkowania, p(1:2) - warunek pocz., p(3)=K
x0=p(1:2);K=p(3);tf=tm(end);
[t,x]=rk4(x0,u,tf,K);
e=x(:,1)-ym;
```

Porównać na jednym wykresie model (położenie i prędkość) z pomiarami. Prędkość obrotową odtworzyć obliczając iloraz różnicowy pomiarów położenia. Aproksymować funkcję H prostą przechodzącą przez punkt (0,0) i wyznaczyć przybliżony model liniowy w postaci

$$\dot{x}_1 = x_2\,,\ \dot{x}_2 = -\frac{1}{T}x_2 + \frac{k}{T}u\,.$$

Podać wartości stałej czasowej T i współczynnika wzmocnienia k. Porównać działanie tego modelu z modelem nieliniowym i z wynikami pomiarów.

Zadanie 2. Silnik prądu stałego napędza śmigło. Prędkość obrotowa śmigła jest mierzona za pomocą tachoprądnicy o stałej 0.52V/1000obr. Napięcie z tachoprądnicy jest wstępnie wzmacniane i mierzone przetwornikiem A/D. W celu wyskalowania toru pomiarowego wykonano następujące pomiary.

```
%Napięcie na tachoprądnicy w V
u = [-1.560 -1.490 -1.375 -1.321 -1.204 -1.087 -0.945 -0.783 -0.587
-0.347 0 0.350 0.583 0.765 0.924 1.054 1.172 1.263 1.347 1.429 1.493];

%Wyjście przetwornika A/D w V
u_ad = [-9.5  -8.9 -8.3 -7.6 -7.1 -6.4 -5.6 -4.6 -3.5 -2.1 0 2.1 3.4 4.6
5.6 6.4 7.1 7.7 8.2 8.8 9.1];
```

Zależność pomiędzy prędkością obrotową śmigła i wyjściem przetwornika A/D ma postać

$$\omega = ku + b$$

Należy wyznaczyć liczby k i b. Przyjęto, że model silnika i śmigła ma postać

$$\dot{x} = K(u - H(x)),\ x(0) = x_0\,, \qquad (3)$$

gdzie x jest prędkością obrotową śmigła w obr/min. Parametr K oraz funkcja H są nieznane i należy je wyznaczyć na podstawie pomiarów. W tym celu wykonano pomiary prędkości obrotowej śmigła w stanie ustalonym przy różnych wartościach sterowania u. Dane znajdują się pod adresem http://home.agh.edu.pl/~pba/stud/Ident/Lab_07/data_01_ident.mat. Zmienna `control` oznacza sterowanie, zmienna `u_ad` oznacza napięcie na wyjściu przetwornika A/D. Przyjąć, że $H(\omega) = az^3 + bz^2 + cz + d$, $z = 10^{-3}\omega$ i wyznaczyć parametry a, b, c, d. Narysować wykres funkcji H oraz dane pomiarowe. Parametr K wyznaczyć metodą opisaną w zadaniu 1 na podstawie danych znajdujących się pod adresem
http://home.agh.edu.pl/~pba/stud/Ident/Lab_07/data_02_ident.mat.
Porównać na jednym wykresie wynik symulacji modelu (3) z wynikami eksperymentu.