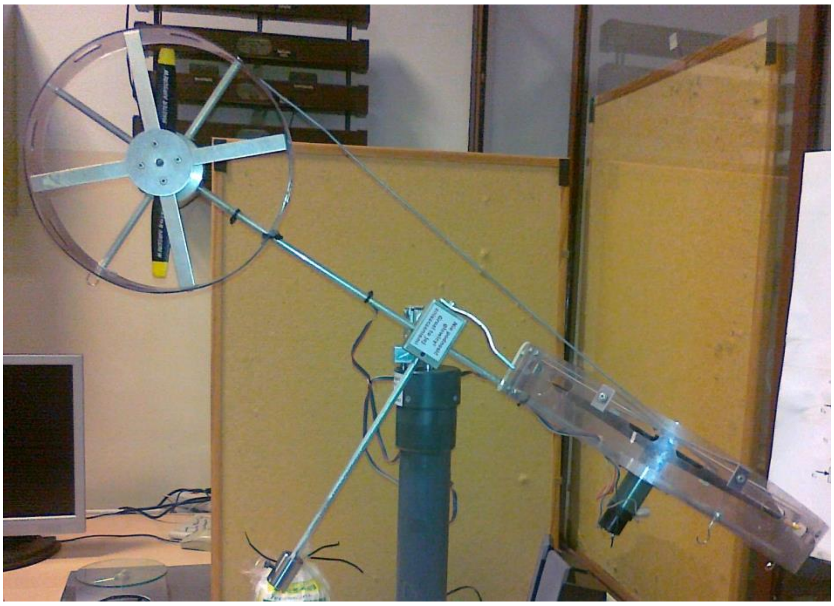
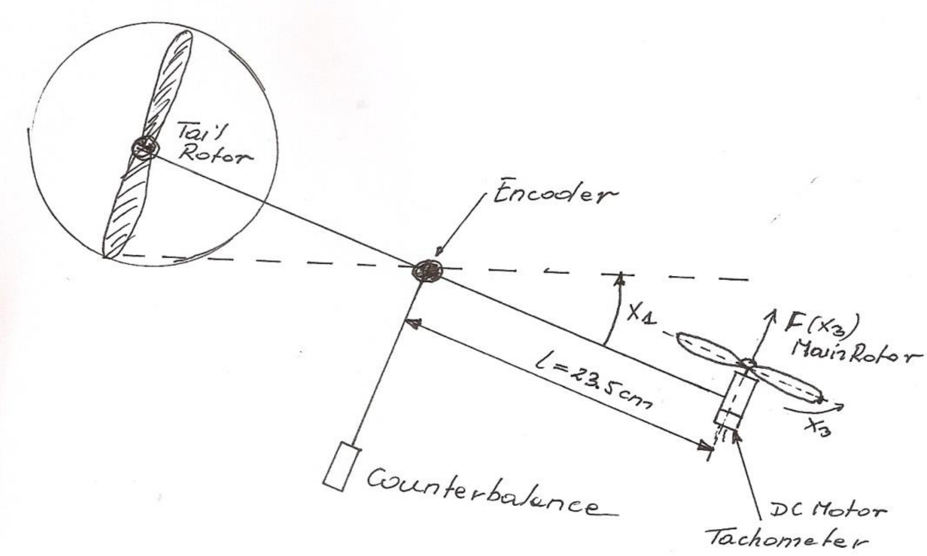
Identyfikacja procesów technologicznych
Piotr Bania
Laboratorium 8

Identyfikacja laboratoryjnego modelu helikoptera w płaszczyźnie pionowej

Laboratoryjny model helikoptera przedstawiono na rys. 1 i 2. Silnik prądu stałego napędza śmigło. Ciąg śmigła pozwala sterować położeniem w płaszczyźnie pionowej. Sterowaniem jest napięcie podawane na silnik. Prędkość obrotowa śmigła jest mierzona za pomocą tachoprądnicy. Kąt obrotu w płaszczyźnie pionowej jest mierzony za pomocą enkodera o rozdzielczości 2048 impulsów/obrót.

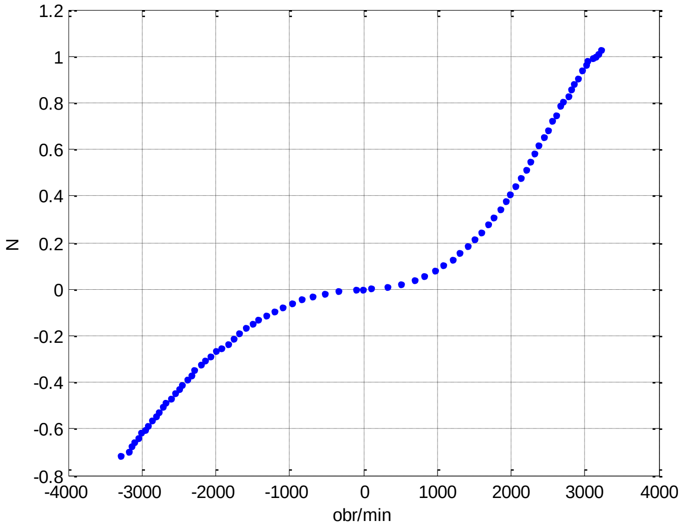


Rys. 1. Widok ogólny urządzenia.



Rys. 2. Schemat urządzenia dla ruchu w płaszczyźnie pionowej.

Celem ćwiczenia jest zidentyfikowanie modelu matematycznego dla ruchu w płaszczyźnie pionowej. Model silnika wraz ze śmigłem został zidentyfikowany w ramach laboratorium 7, zad.2. Zależność siły ciągu śmigła od obrotów przedstawiono na rys. 3. Dane są dostępne pod adresem http://home.agh.edu.pl/~pba/stud/Ident/Lab_08/trust_01.mat.



Rys.3. Zależność siły ciągu śmigła od obrotów.

Ch-kę ciągu śmigła aproksymować funkcją

$$F(\omega)=\begin{cases} q_5^+z^5+q_4^+z^4+q_3^+z^3+q_2^+z^2+q_1^+z, z=10^{-3}\omega, \text{gdy } \omega\geq 0, \\ q_3^-z^3+q_2^-z^2+q_1^-z, \text{ gdy } \omega<0, \end{cases} \quad (1)$$

Parametry zidentyfikować ważoną metodą najmniejszych kwadratów. Dla $\omega<0$ przyjąć, że wszystkie wagi są równe 1. Dla $\omega\geq 0$ przyjąć wagi pierwszych ośmiu pomiarów równe 200. Pozostałe wagi równe 1. Porównać funkcję (1) z danymi.

Ruch układu w płaszczyźnie pionowej można w przybliżeniu opisać układem równań

$$\dot{x}_1=x_2,\ x_1(0)=x_{10}, \quad (2)$$

$$\dot{x}_2=-2\xi\omega_0(1+c\,|\,x_3\,|)x_2-\omega_0^2\sin(x_1+\alpha)+k_pF(x_3),\ x_2(0)=x_{20}, \quad (3)$$

$$\dot{x}_3=K(u-H(x_3))\ ,\ H(x_3)=p_3z^3+p_2z^2+p_1z, z=10^{-3}x_3,\ x_3(0)=x_{30}, \quad (4)$$

gdzie x_1 - położenie kątowe w rad, x_2 - prędkość kątowa w rad/s, x_3 - prędkość obrotowa śmigła w obr/min. Czynnik $-2\xi\omega_0 c\,|\,x_3\,|\,x_2$ opisuje w przybliżeniu zmiany tłumienia spowodowane ruchem układu. Równanie (4) opisuje silnik i śmigło. i zostało zidentyfikowane w ramach laboratorium 7, zad. 2. W pierwszym eksperymencie zmierzono drgania swobodne układu przy wyłączonym silniku ($u=0,\ x_3=0$). Dane pomiarowe są dostępne pod adresem http://home.agh.edu.pl/~pba/stud/Ident/Lab_08/no_trust.mat. Posługując się metoami opisanymi w instrukcji do lab. 6 zidentyfikować parametry ξ, ω_0, α.

W drugim eksperymencie wykonano pomiary przy obracającym się śmigle. Wyniki eksperymentu znajdują się pod adresem http://home.agh.edu.pl/~pba/stud/Ident/Lab_08/youtputs.mat.
Wyznaczyć parametry c oraz k_p. Na potrzeby identyfikacji równanie (3) zapisać w postaci

$$\dot{x}_2=-2\xi\omega_0x_2-b\,|\,x_3\,|\,x_2-\omega_0^2\sin(x_1+\alpha)+k_pF(x_3), \quad (5)$$

zidentyfikować parametry b i k_p oraz wyliczyć $c = \dfrac{b}{2\xi\omega_0}$. Porównać z pomiarami przewidywania modelu (1-4). Wyjaśnić ewentualne niezgodności oraz oszacować błędy parametrów. Korzystając z modelu zaprojektować regulator stabilizujący położenie w punkcie $x_1 = 0$. Wykonać eksperymenty numeryczne pokazujące stabilność układu regulacji.

Wskazówki. Ważona metoda najmniejszych kwadratów polega na minimalizacji funkcji

$$Q(\theta) = \frac{1}{2N}\sum_{i=1}^{N} w_i (\varphi(t_i)^T \theta - y_i)^2 ,$$

gdzie

$$\varphi(t_i) = [t_i^p, t_i^{p-1}, ..., t_i]^T ,\ \theta = [\theta_p, \theta_{p-1}, ..., \theta_1]^T .$$

Przyrównując do zera pochodne względem θ otrzymuje się układ równań normalnych

$$\phi^T W \phi \theta = \phi^T W Y ,$$

gdzie

$$\phi = \begin{bmatrix} t_1^p & t_1^{p-1} & t_1^{p-2} & \cdots & t_1 \\ t_2^p & t_2^{p-1} & t_2^{p-2} & \cdots & t_2 \\ \vdots & & & & \vdots \\ & & & & \\ t_N^p & t_N^{p-1} & t_N^{p-2} & \cdots & t_3 \end{bmatrix},\ W = \mathrm{diag}(w_1, w_2, ..., w_N),\ Y = col(y_1, ..., y_N).$$

Jedną z metod stabilizacji systemów dynamicznych jest zastosowanie regulatora proporcjonalnego

$$u = u_0 + k_1\Delta x_1 + k_2\Delta x_2 + k_3\Delta x_3 + k_4\int_0^t \Delta x_1(\tau)d\tau , \qquad (6)$$

gdzie u_0 jest sterowaniem w punkcie równowagi oraz $\Delta x_i = x_i - x_{i,r}$ oznaczają odchyłki od punktu równowagi. Przyrównując prawą stronę równań (2-4) do zera otrzymujemy

$$x_{1r} = 0,\ x_{2r} = 0,\ k_p F(x_{3r}) = \omega_0^2 \sin(\alpha),\ u_0 = H(x_{3r}).$$

Ostatni człon w (6) wprowadza do regulatora całkowanie i likwiduje błąd w stanie ustalonym. Liczby k_i wyznaczamy rozwiązując problem liniowo kwadratowy

$$\min_{u\in L_2}\int_0^\infty \Delta x^T Q \Delta x + \Delta u^T R \Delta u dt$$

na trajektoriach systemu

$$\Delta\dot{x} = A_1\Delta x + B_1\Delta u ,$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} A & 0 \\ C & 0 \end{bmatrix},\ B_1 = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix},\ C = [1,0,0],$$

gdzie A i B są macierzami systemu zlinearyzowanego w punkcie równowagi. Macierz wagową Q oraz liczbę R należy dobrać eksperymentalnie. Do rozwiązania problemu liniowo - kwadratowego można wykorzystać funkcję Matlaba *lqr*.