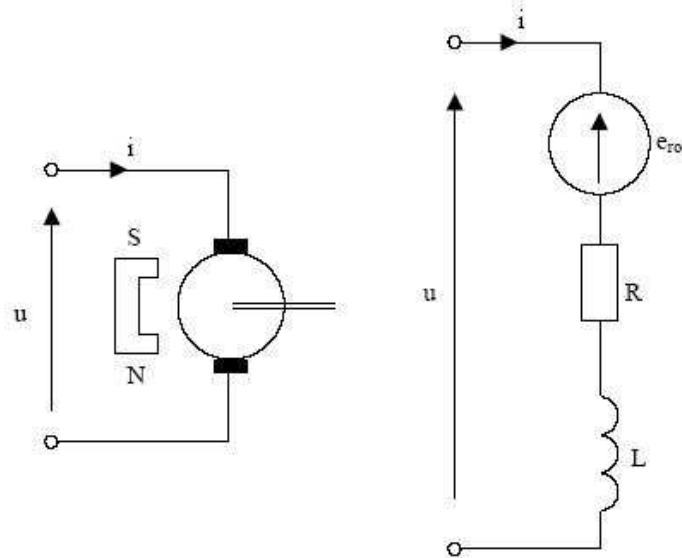


## Model matematyczny silnika prądu stałego

Na rysunku 1 przedstawiony jest silnik obcowzbudny (z magnesami trwałymi) sterowany od strony twornika. W takich silnikach strumień wzbudzenia, wytworzony przez magnesy trwałe, ma stałą wartość. Na uzwojenie twornika, zwane uzwojeniem sterującym podawane jest napięcie sterowania  $u(t)$ .



Rys. 1. Schemat silnika prądu stałego sterowanego od strony twornika

Równania opisujące stan nieustalony silnika nieobciążonego.

Równanie elektryczne: 
$$u(t) = R \cdot i(t) + L \frac{d}{dt} i(t) + e_{rot}$$

gdzie: 
$$e_{rot} = k_E \cdot \phi \cdot \omega(t)$$

Równanie mechaniczne: 
$$J \frac{d}{dt} \omega(t) = M_{em}(t)$$

gdzie: 
$$M_{em}(t) = k_E \cdot \phi \cdot i(t)$$

Oznaczenia:

$J$  – moment bezwładności silnika [ $kg \cdot m^2$ ]

$e_{rot}$  – siła elektromotoryczna indukowana w tworniku [ $V$ ]

$L$  – indukcyjność uzwojeń twornika [ $H$ ]

$i(t)$  – prąd twornika [ $A$ ]

$R$  – rezystancja uzwojeń twornika [ $\Omega$ ]

$\phi$  – strumień wzbudzenia od magnesów trwałych [ $Wb$ ]

$\omega$  – prędkość kątowna wału silnika [ $rad/s$ ]

$k_E$  – współczynnik proporcjonalności wiążący napięcie rotacji z prędkością kątowną oraz moment elektromagnetyczny z prądem twornika (parametr konstrukcyjny)

$M_{em}$  – moment elektromagnetyczny rozwijany przez silnik

Jeżeli przyjąć, że obwód magnetyczny silnika jest nienasycony ( $L = const$ ) oraz że strumień wzbudzenia jest stały ( $\phi = const$ ), to powyższe równania są liniowe i można zastosować transformatę Laplace'a.

Równania silnika w postaci operatorowej przyjmują formę:

$$\begin{aligned}U(s) &= R \cdot I(s) + L \cdot I(s) \cdot s + k_E \cdot \phi \cdot \Omega(s) \\ J \cdot \Omega(s) \cdot s &= k_E \cdot \phi \cdot I(s)\end{aligned}$$

Po prostych przekształceniach otrzymujemy transmitancję silnika opisaną zależnością:

$$G(s) = \frac{\Omega(s)}{U(s)} = \frac{\frac{1}{k_E \phi}}{\frac{JL}{(k_E \phi)^2} s^2 + \frac{JR}{(k_E \phi)^2} s + 1} = \frac{K}{T_{em} s (T_e s + 1) + 1}$$

gdzie:

$$T_{em} = \frac{JR}{(k_E \phi)^2} \text{ – stała czasowa silnika}$$

$$T_e = \frac{L}{R} \text{ – stała czasowa elektromagnetyczna}$$

Zakładając że stała  $T_e \ll T_{em}$  i można ją pominąć. Co za tym idzie model silnika jest ostatecznie opisany transmitancją układu I rzędu postaci:

$$G(s) = \frac{\Omega(s)}{U(s)} = \frac{K}{Ts + 1}$$

To jest oczywiście transmitancja opisująca zależność obrotów od napięcia twornika. Natomiast transmitancja

$$\frac{\alpha(s)}{U(s)} = \frac{1}{s} G(s) = \frac{K}{s(Ts + 1)}$$

opisuje zależność kąta wału silnika od napięcia sterującego.